

УДК 539.3:534.1

**ВЛИЯНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА КОЛЕБАНИЯ И
УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК***В.Е. Хроматов, В.Н. Щугорев***Аннотация**

Дано обобщение уравнений пологих оболочек типа Доннела-Муштари-Власова, изготовленных из диамагнитных, парамагнитных и ферромагнитных материалов, для магнитоупругих колебаний в поперечном и продольном магнитных полях. Установлено понижение собственных частот в магнитном поле и смещение точек сгущения частот в спектрах колебаний.

Ключевые слова: Пологие оболочки, магнитоупругие колебания, собственные частоты, асимптотическая плотность частот

Создание оптимальных конструкций для многих объектов энергетического машиностроения связано с вопросами широкого использования конструктивных элементов типа стержней, пластин и оболочек, на упругие колебания которых существенное влияние оказывают магнитные поля. На особенности поведения упругих систем в магнитных полях указывалось еще в 1964 г. в монографии [1] и нашло подтверждение в экспериментальных исследованиях, опубликованных в трудах американского общества инженеров-механиков в 1969 г. [2]. Установлено хорошее соответствие между теоретическими и экспериментально полученными значениями частот колебаний стержней в поперечном однородном магнитном поле. Достаточно простых и надежных теоретических моделей, описывающих колебания пластин и оболочек в магнитном поле предложено не было. Первыми работами, в которых были построены теоретические модели деформирования и колебаний упругих конструкций в магнитном поле, являются работы [3-5].

Основные уравнения магнитоупругих колебаний для идеально проводящих пластин и оболочек приведены в работе [3]. В [4] уже рассмотрены задачи колебаний пластин и оболочек, выполненных из немагнитных материалов с конечной электропроводностью, а в [5] приведены уравнения колебаний пластин и оболочек, выполненных из ферромагнитных материалов. Основные уравнения колебаний пологих оболочек в однородном магнитном поле выведены из решения совместной задачи магнитоупругости о взаимодействии упругого тела с внешним магнитным полем и представлены в классической форме в перемещениях и в смешанной форме, как уравнения Доннела-Муштари-Власова [6,7].

Основные уравнения магнитоупругих колебаний для идеально проводящих пластин и оболочек приведены в работе [3]. В [4] уже рассмотрены задачи колебаний пластин и оболочек, выполненных из немагнитных материалов с конечной электропроводностью, а в [5] приведены уравнения колебаний пластин и оболочек, выполненных из ферромагнитных материалов. Основные уравнения колебаний пологих оболочек в однородном магнитном поле выведены из решения совместной задачи магнитоупругости о взаимодействии упругого тела с внешним магнитным полем и представлены в классической форме в перемещениях и в смешанной форме, как уравнения Доннела-Муштари-Власова [6,7].

Рассмотрим колебания пологой оболочки в поперечном магнитном поле. Отнесем срединную поверхность оболочки к криволинейной ортогональной системе координат x_1, x_2 . Оболочка изготовлена из материала с конечной электропроводностью и находится в стационарном магнитном поле с заданным вектором магнитной индукции $\vec{B}(0, 0, B_3)$. Упругие и электромагнитные свойства материала оболочки характеризуются модулем упругости E , коэффициентом Пуассона ν , плотностью ρ , магнитной проницаемостью μ . Считается, что все приведенные величины не зависят от координат, времени и электромагнитного поля [3].

Уравнения колебаний пологой оболочки в поперечном магнитном поле, записанные для преимущественно изгибных форм колебаний, имеют вид [3,8]

$$\begin{cases} D \cdot \Delta \Delta W - \Delta_k X + \frac{h(\mu-1)}{8 \cdot \pi \cdot \mu} \cdot B_3^2 \cdot \Delta W - \rho \cdot h \cdot \Omega^2 \cdot W = 0, \\ \frac{1}{E \cdot h} \cdot \Delta \Delta X + \Delta_k W = 0. \end{cases}$$

Здесь Ω – частота магнитоупругих колебаний оболочки, $W(x_1, x_2)$ – функция формы прогиба оболочки, $X(x_1, x_2)$ – функция формы усилий в оболочке.

Введем характерную частоту Ω_r и характерное волновое число k_0 , а также безразмерные параметры

$$\Omega_r^2 = \frac{E}{\rho R_2^2}, \quad k_0^4 = \frac{Eh}{DR^2}, \quad \xi_1 = k_0 x_1, \quad \xi_2 = k_0 x_2, \quad u = k_0 W, \quad \varphi = \frac{R_2 k_0^3}{Eh} X,$$

$$\omega = \frac{\Omega}{\Omega_r}, \quad \beta = \frac{N_{11}}{|N_*|}, \quad N_{11} = \frac{h(\mu-1)}{8\pi\mu} B_3^2, \quad N_* = \frac{Eh^2}{R\sqrt{3}(1-\nu^2)},$$

$\lambda = \frac{R_2}{R_1}$, $\bar{\Delta}_k = \frac{\partial^2}{\partial \xi_1^2} + \lambda \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2}$ – оператор В.З. Власова в безразмерном виде.

Выражение для безразмерных собственных частот магнитоупругих колебаний пологой оболочки имеет вид

$$\omega^2 = (\mathfrak{x}_1^2 + \mathfrak{x}_2^2)^2 - 2 \cdot \beta \cdot (\mathfrak{x}_1^2 + \mathfrak{x}_2^2) + \frac{(\mathfrak{x}_1^2 + \lambda \cdot \mathfrak{x}_2^2)^2}{(\mathfrak{x}_1^2 + \mathfrak{x}_2^2)^2},$$

где \mathfrak{x}_1 и \mathfrak{x}_2 – безразмерные волновые числа.

Для цилиндрической оболочки $R_1 = \infty$, $R_2 = R$ ($\lambda = 0$) выражение для безразмерных собственных частот колебаний примет следующий вид

$$\omega^2 = (\mathfrak{x}_1^2 + \mathfrak{x}_2^2)^2 - 2 \cdot \beta \cdot (\mathfrak{x}_1^2 + \mathfrak{x}_2^2) + \frac{\mathfrak{x}_1^4}{(\mathfrak{x}_1^2 + \mathfrak{x}_2^2)^2}.$$

Расчет собственных частот производился для шарнирно опертой по торцам цилиндрической оболочки, изготовленной из алюминия, с параметрами $h/R = 4 \cdot 10^{-3}$, $l/R = 2$.

На рис. 1 представлены зависимости частот круговой цилиндрической оболочки от числа полуволн n в окружном направлении при $m = 1$. Кривые 1 соответствуют случаю $\beta = 0$ – отсутствие магнитного поля; кривые 2 – $\beta = 0,02$; кривые 3 – $\beta = 0,04$. Как видно из графика, с повышением индукции поперечного магнитного поля собственные частоты оболочки уменьшаются, причем минимальной частоте соответствует не самая простая форма колебаний. Для цилиндрической оболочки с вышеприведенными параметрами минимальная частота при $m = 1$, $n = 7$ – ω_{17} (рис. 1).

Для пологой сферической панели $R_1 = R_2 = R$ ($\lambda = 1$) выражение для безразмерных собственных частот колебаний примет следующий вид

$$\omega^2 = (\mathfrak{x}_1^2 + \mathfrak{x}_2^2)^2 - 2 \cdot \beta \cdot (\mathfrak{x}_1^2 + \mathfrak{x}_2^2) + 1.$$

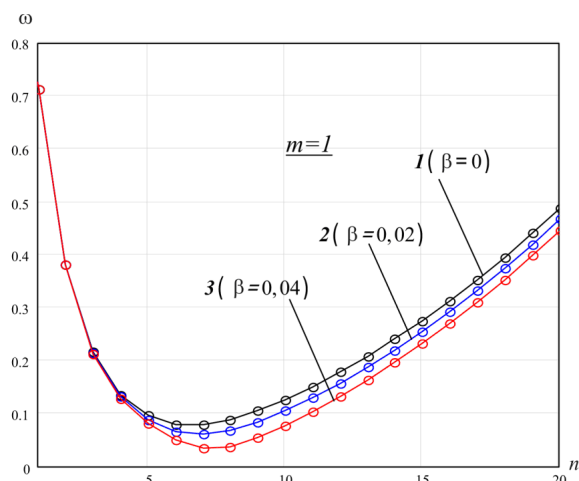


Рис. 1. Зависимость частот круговой цилиндрической оболочки от числа полуwave n в окружном направлении ($m=1$) при различных значениях безразмерного параметра β индукции поперечного магнитного поля

Расчет собственных частот производился для шарнирно опертой по краям сферической панели, изготовленной из алюминия, с параметрами $h/R = 4 \cdot 10^{-3}$, $a_1 = a_2 = R$.

На рис. 2 представлены зависимости частот сферической панели от чисел полуwave в одном из направлений при различных значениях безразмерного параметра β . Как видно из графика, поперечное магнитное поле понижает собственные частоты колебаний сферической панели. При различных значениях индукции магнитного поля минимальными оказываются частоты, соответствующие более сложным формам колебаний $m > 1$, $n > 1$ (рис. 2).

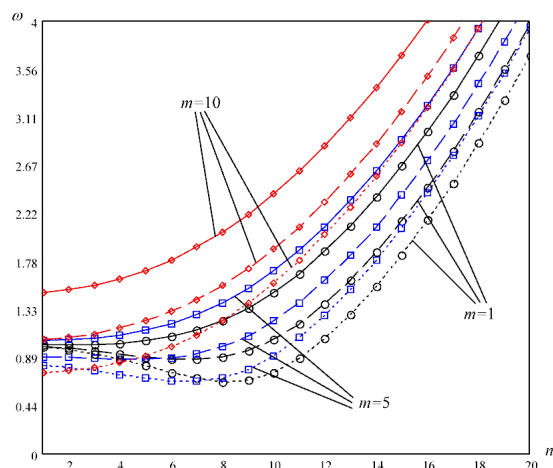


Рис. 2. Зависимость безразмерных частот сферической панели от числа полуwave в одном из направлений при различных значениях безразмерного параметра β индукции поперечного магнитного поля; сплошные линии — без действия магнитного поля ($\beta = 0$), пунктирные линии и точки — в магнитном поле ($\beta = 0.5, 0.75$ соответственно); ромбы — $m = 10$, квадраты — $m = 5$, круги — $m = 1$.

На основе соотношений для собственных частот колебаний круговых цилиндрических оболочек в поперечном магнитном поле и теории распределения частот выведена формула для асимптотической плотности [7,8]

$$\frac{n(\Omega)}{n_c} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\omega}{\sqrt{\beta^2 + \omega^2 + \beta^2 + \omega^2}} \cdot K(k), & \omega \geq 1 \\ \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\omega}{\sqrt{\beta^2 + \omega^2 + \beta^2 + \omega^2}} \cdot (2 \cdot K(k) - F(k, \varphi_1)), & \sqrt{1 - \beta^2} < \omega < 1 \\ \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\omega}{\sqrt{\beta^2 + \omega^2 + \beta^2 + \omega^2}} \cdot (2 \cdot F(k, \varphi_2) - F(k, \varphi_1)), & 0 < \omega < \sqrt{1 - \beta^2} \end{cases}$$

Здесь $K(k)$ – полный эллиптический интеграл 1-го рода в форме Лежандра, $F(k, \varphi)$ – неполный эллиптический интеграл 1-го рода в форме Лежандра,

$$k = \sqrt{\frac{2}{1 + \sqrt{\beta^2 + \omega^2}}},$$

$$\varphi_1 = \arcsin \left(\sqrt{\frac{\omega \cdot (1 + \sqrt{\beta^2 + \omega^2})}{\omega + \sqrt{\beta^2 + \omega^2}}} \right), \quad \varphi_2 = \arcsin \left(\sqrt{\frac{1 + \sqrt{\beta^2 + \omega^2}}{2}} \right).$$

При отсутствии магнитного поля цилиндрическая оболочка имеет асимптотическую точку сгущения частот при $\omega = 1$, которая соответствует безмоментной частоте колебаний $\Omega_r^2 = E/\rho \cdot R^2$. При действии поперечного магнитного поля на оболочку асимптотическая точка сгущения собственных частот смещается в область более низких частот, $\omega_* = \sqrt{1 - \beta^2}$. Поперечное магнитное поле оказывает эффект сжимающих безмоментных усилий в срединной поверхности оболочки. В области высоких частот при $\omega > 1$ плотность частот оболочки стремится к постоянной величине – плотности Куранта

Для асимптотической плотности частот колебаний сферической панели в поперечном магнитном поле получено следующее соотношение

$$\frac{n(\Omega)}{n_c} = \begin{cases} \frac{\omega}{\sqrt{\beta^2 + \omega^2 - 1}}, & \omega \geq 1 \\ 2 \cdot \frac{\omega}{\sqrt{\beta^2 + \omega^2 - 1}}, & \sqrt{1 - \beta^2} < \omega < 1 \\ 0, & 0 < \omega < \sqrt{1 - \beta^2} \end{cases}$$

При отсутствии магнитного поля сферическая панель имеет асимптотическую точку сгущения частот при $\omega = 1$. При $\omega < 1$ асимптотическая плотность частот колебаний панели равна нулю.

При действии поперечного магнитного поля на панель асимптотическая точка сгущения собственных частот смещается к началу координат, $\omega_* = \sqrt{1 - \beta^2}$, а при $\omega = 1$ наблюдается разрыв функции плотности частот колебаний, как и при действии сжимающих безмоментных усилий в срединной поверхности панели. В области высоких частот при $\omega > 1$ плотность частот панели стремится к постоянной величине – плотности Куранта.

Для сравнения асимптотических оценок для плотности собственных частот колебаний оболочек было произведено численное моделирование эмпирических распределений собственных частот.

Сравнительные графики эмпирической и асимптотической плотностей частот представлены на рис. 3, 4. На рис. 3 представлены асимптотическая и эмпирическая плотности частот шарнирно опертой круговой цилиндрической оболочки с параметрами $h/R = 4 \cdot 10^{-3}$, $l/R = 2$ при действии магнитного поля с $\beta = 0,5$, а на рис. 4 – асимптотическая и эмпирическая плотности частот шарнирно опертой

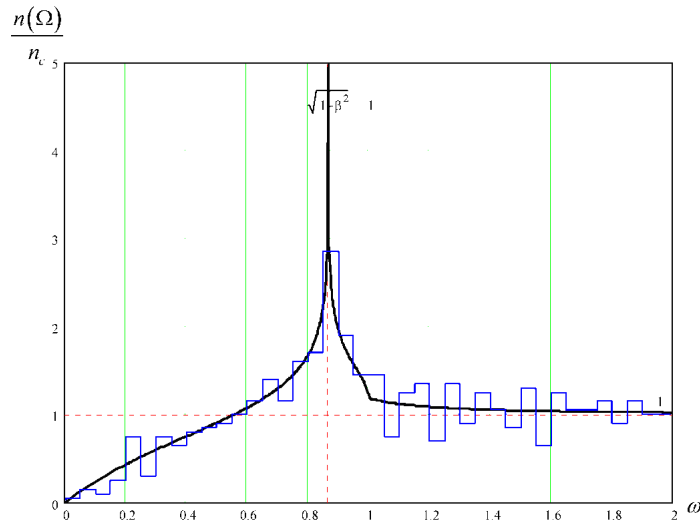


Рис. 3. Асимптотическая и эмпирическая плотность частот шарнирно опертой круговой цилиндрической оболочки с параметрами $h/R = 4 \cdot 10^{-3}$, $l/R = 2$ при действии магнитного поля $\beta = 0.5$.

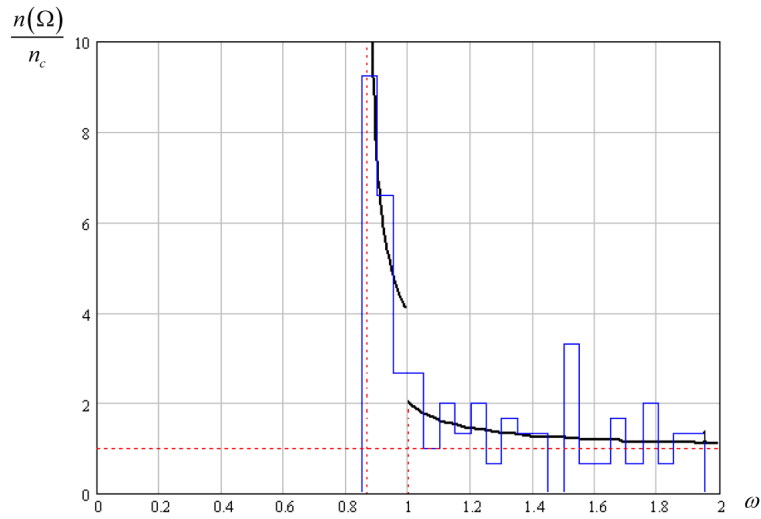


Рис. 4. Асимптотическая и эмпирическая плотность частот шарнирно опертой сферической панели с параметрами $h/R = 4 \cdot 10^{-3}$, $a_1 = a_2 = R$ при действии магнитного поля с $\beta = 0.5$.

сферической панели с параметрами $h/R = 4 \cdot 10^{-3}$, $a_1 = a_2 = R$ при действии магнитного поля с $\beta = 0.5$.

Асимптотические оценки для плотности собственных частот хорошо описывают эмпирическое распределение частот колебаний оболочек и определяют области наиболее активного резонирования оболочек.

Уравнения колебаний круговой цилиндрической оболочки в продольном магнитном поле с заданным вектором магнитной индукции $\vec{B}(B_1, 0, 0)$, записанные

для преимущественно изгибных форм колебаний, имеют вид [3,9]

$$\begin{cases} D \cdot \Delta \Delta W - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 X}{\partial x_1^2} + \frac{h(\mu-1)}{4 \cdot \pi \cdot \mu^2} \cdot B_1^2 \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial x_1^2} - \rho \cdot h \cdot \Omega^2 \cdot W = 0, \\ \frac{1}{E \cdot h} \cdot \Delta \Delta X + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 W}{\partial x_1^2} = 0. \end{cases}$$

Как и в случае поперечного магнитного поля введем характерную частоту Ω_r , характерное волновое число k_0 и безразмерные параметры.

В этом случае $\beta = \frac{N_{11}}{|N_*|}$; $N_{11} = \frac{h(\mu-1)}{4 \cdot \pi \cdot \mu^2} \cdot B_1^2$.

Выражение для безразмерных собственных частот магнитоупругих колебаний круговой цилиндрической оболочки в продольном магнитном поле имеет вид

$$\omega^2 = (\mathfrak{x}_1^2 + \mathfrak{x}_2^2)^2 - 2 \cdot \beta \cdot \mathfrak{x}_1^2 + \frac{\mathfrak{x}_1^4}{(\mathfrak{x}_1^2 + \mathfrak{x}_2^2)^2}.$$

Для исследования влияния продольного магнитного поля на частоты колебаний оболочки были произведены расчеты для оболочки, изготовленной из алюминия, с параметрами $h/R = 4 \cdot 10^{-3}$, $l/R = 2$. Наличие продольного магнитного поля понижает значение частот, для высших форм колебаний происходит «слияние» частот. Продольное магнитное поле оказывает эффект сжимающих усилий вдоль образующей оболочки.

Формула для асимптотической плотности частот колебаний круговых цилиндрических оболочек в продольном магнитном поле имеет вид [9]

$$\frac{n(\Omega)}{n_c} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\omega + \sqrt{1-\beta^2}}} \cdot K(k), & \omega \geq 1 \\ \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\omega + \sqrt{1-\beta^2}}} \cdot [2 \cdot K(k) - F(k, \varphi_1)], & \sqrt{1-\beta^2} < \omega < 1 \\ \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{\omega/2}{1-\beta^2}} \cdot [2 \cdot K(\frac{1}{k}) - F(\frac{1}{k}, \varphi_2)], & 0 < \omega < \sqrt{1-\beta^2} \end{cases}$$

Здесь $k = \sqrt{\frac{2 \cdot \sqrt{1-\beta^2}}{\omega + \sqrt{1-\beta^2}}}$, $\varphi_1 = \arcsin \left(\sqrt{\frac{\omega + \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \sqrt{1-\beta^2}}} \right)$, $\varphi_2 = \arcsin \left(\frac{\sqrt{2 \sqrt{1-\beta^2}}}{1 + \sqrt{1-\beta^2}} \right)$.

Результаты вычислений асимптотической плотности частот для круговой цилиндрической оболочки представлены на рис. 5.

При отсутствии магнитного поля цилиндрическая оболочка имеет асимптотическую точку сгущения частот при $\omega = 1$, которая соответствует безмоментной частоте колебаний $\Omega_r^2 = E/\rho \cdot R^2$ (см. кривую *I* на рис. 5). При действии продольного магнитного поля наблюдается тот же эффект, что и при действии продольных сжимающих усилий на оболочку: асимптотическая точка сгущения собственных частот смещается в область более низких частот, $\omega_* = \sqrt{1-\beta^2}$ (см. кривые *II* и *III* на рис. 5). Здесь оболочка будет наиболее активно резонировать, что необходимо учитывать при проектировании электротехнического оборудования, взаимодействующего с магнитными полями. При $\omega > 1$ плотность частот оболочки стремится к постоянной величине – плотности Куранта.

Рассмотрим колебания круговой цилиндрической оболочки постоянной толщины $2h$, конечной длины l и радиусом кривизны срединной поверхности $R = const$, изготовленной из изотропного магнитомягкого ферромагнитного материала. На поверхности оболочки введем криволинейную систему координат α, β . Оболочка находится в магнитном поле, создаваемом постоянным линейным током J , протекающим по оси цилиндра. В этом случае возникает азимутальное магнитное поле и индукция внешнего магнитного поля $\vec{B}(0; B_2; 0)$ определяется соотношением: $B_2 = \mu_0 J / 2\pi R$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ – магнитная постоянная.

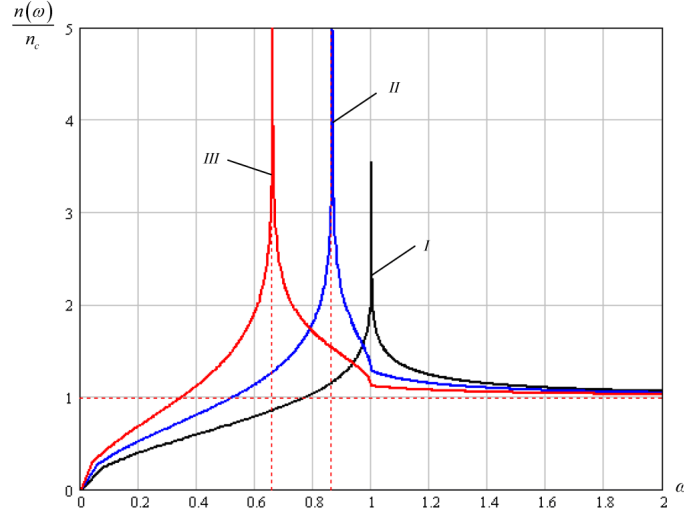


Рис. 5. Асимптотическая плотность частот круговой цилиндрической оболочки с параметрами $h/R = 4 \cdot 10^{-3}$, $l/R = 2$ при действии продольного магнитного поля и без него (кривая I – $\beta = 0$, кривая II – $\beta = 0.5$, кривая III – $\beta = 0.75$).

Упругие и электромагнитные свойства материала оболочки характеризуются модулем упругости E , коэффициентом Пуассона ν , плотностью ρ ; μ_r – относительная магнитная проницаемость материала. Полагаем, что все выше приведенные величины остаются постоянными во времени и пространстве. Уравнения относительно функций тангенциальных смещений u , v , и нормального смещения w цилиндрической оболочки в магнитном поле осевого постоянного линейного тока имеют вид [5,10]:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha^2} + \frac{(1-\nu)}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \beta^2} + \frac{(1+\nu)}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha \partial \beta} + \left[\frac{\nu}{R} + \frac{(1-\nu^2)}{E} \frac{\mu_0 \chi}{R} \left(\frac{I}{2\pi R} \right)^2 \right] \frac{\partial w}{\partial \alpha} = 0 \\ \frac{\partial^2 v}{\partial \beta^2} + \frac{(1-\nu)}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha^2} + \frac{(1+\nu)}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha \partial \beta} + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \beta} - \frac{h^2}{3R} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\Delta w + \frac{w}{R^2} \right) = 0 \\ D \left[\Delta^2 w + \frac{\nu}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + \frac{3}{Rh^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \beta} + \nu \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{w}{R} \right) \right] + 2\mu_0 \chi h \left(\frac{I}{2\pi R} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + \frac{w}{R^2} \right) + \\ + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \end{cases},$$

где Δ – оператор Лапласа; $\beta = R\theta$, $D = 2Eh^3/3(1-\nu^2)$ – цилиндрическая жесткость, $\chi = (\mu_r - 1)$ – магнитная восприимчивость [5]. Тангенциальными силами инерции при рассмотрении колебаний оболочек можно пренебречь [11] и получить конечное выражение для частоты преимущественно изгибных форм колебаний. Для шарнирно опертой по торцам замкнутой цилиндрической оболочки соотношение для безразмерной частоты колебаний имеет вид [10]

$$\varpi = \sqrt{\left[\frac{c^2}{3(1-\nu^2)} \left(\left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 + n^2 \right)^2 + \frac{\left(\frac{m\pi}{b} \right)^4}{\left(\left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 + n^2 \right)^2} \right] + \frac{2c\bar{B}_2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left(1 - n^2 + \frac{\left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 \left(n^2 - \nu \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 \right)}{\left(\left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 + n^2 \right)^2} \right)}$$

где $c = h/R$; $b = l/R$

Рассмотрим колебания цилиндрической оболочки с относительными параметрами $c = h/R = 0.002$ и $b = l/R = 2$, выполненную из никеля: модуль упругости $E = 215$ ГПа, плотность $\rho = 8800$ кг/м³, магнитная проницаемость $\mu_r = 35$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,29$, электропроводность $\sigma = 1,47 \cdot 10^7$ (Ом см)⁻¹. Минимальному значению частоты колебаний цилиндрической оболочки при отсутствии магнитного поля соответствует значение $n = 7$ – полуволн в окружном

направлении. Увеличение значения проходящего тока и соответственно индукции внешнего магнитного поля приводит к снижению частот колебаний. При этом число полувольт в окружном направлении n увеличивается, форма колебаний становится более сложной.

На рис. 6 представлены зависимости безразмерных частот $\bar{\omega}$ круговой цилиндрической оболочки от значения безразмерного параметра \bar{B}_2 индукции азимутального магнитного поля для различных форм колебаний оболочки.

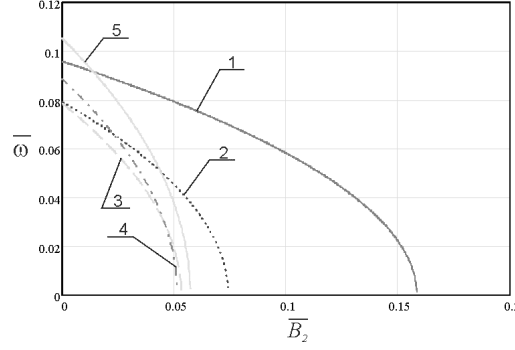


Рис. 6. Зависимости безразмерных частот круговой цилиндрической оболочки от значения безразмерного параметра \bar{B}_2 индукции азимутального магнитного поля (кривая 1 – ω_{15} ; кривая 2 – ω_{16} ; кривая 3 – ω_{17} ; кривая 4 – ω_{18} ; кривая 5 – ω_{19}).

Кривая 1 – рис. 6 соответствует форме колебаний с образованием одной полуволны ($m = 1$) вдоль образующей оболочки и пяти полувольт ($n = 5$) в окружном направлении. Кривые 2, 3, 4, 5 соответственно $n = 6, 7, 8, 9$ – полувольт в окружном направлении. Для цилиндрической оболочки с вышеприведенными параметрами минимальная частота колебаний оболочки при отсутствии магнитного поля ($B_2 = 0$) соответствует форме колебаний при $m = 1$, $n = 7$ – ω_{17} (кривая 3). При увеличении индукции магнитного поля B_2 при минимальной частоте ω_{18} образуется большее число полувольт в окружном направлении $n = 8$.

Магнитное поле понижает собственные частоты колебаний круговой цилиндрической оболочки. Магнитное поле также понижает минимальное значение частоты. При повышении \bar{B}_2 возрастает n – число полувольт в окружном направлении. Форма колебаний в окружном направлении становится более сложной.

При определенных значениях индукции внешнего магнитного поля B_2 собственные частоты колебаний оболочки с определенными длинами полувольт обращаются в нуль. Приняв $\bar{\omega} = 0$, получим соотношение для индукции внешнего магнитного поля, при котором цилиндрическая оболочка теряет статическую устойчивость

$$B_{cr}^2 = \frac{E\mu_0 c^2}{3\chi(1-\nu^2)} \left[\left(\left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 + n^2 \right)^2 + \frac{3(1-\nu^2)}{c^2} \left(\frac{m\pi}{b} \right)^4 \right] \left[n^2 - 1 - \frac{\left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 \left(n^2 - \nu \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 \right)}{\left(\left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 + n^2 \right)^2} \right]^{-1}$$

Минимальное значение магнитной индукции, при котором цилиндрическая оболочка теряет статическую устойчивость, соответствует не самой простой форме волнообразования. Для оболочки с вышеприведенными параметрами критическое значение индукции магнитного поля равно $B_{cr} = 0,993$ Тл при $m = 1$, $n = 8$.

Summary

V.Y. Khromatov, V.N. Shchugorev. Influence of magnetic fields on vibration and stability of flat covers.

There are presented summarizing of the equalizations of flat covers of type Donnel-Mushtari-Vlasov for magnetoelastic vibrations in the cross and longitudinal magnetic fields made of diamagnetic, paramagnetic and ferromagnetic materials. There are determined lowering of own frequencies in magnetic field and displacement of dots of thickening frequencies in spectrums of vibrations.

Key words: Flat covers, own frequencies, magnetoelastic vibrations, asymptotic density of frequencies

Литература

1. *Пановко Я.Г., Губанова И.И.* Устойчивость и колебания упругих систем. Современные концепции, парадоксы и ошибки. 1-е изд. М: Наука, 1964. -338 с. 5-е изд. М.: КомКнига. 2006. – 352с.
2. *Мун Ф. С., Пао И-синь.* Колебания и динамическая неустойчивость стержня-пластины в поперечном магнитном поле. – Прикладная Механика, 1969, №1 (Тр. Американского общества инженеров-механиков. Сер. Е. ПМ. 1969. Т. 36. С. 98-108)
3. *Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В.* Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М.: Наука. 1977. - 272 с.
4. *Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е.* Электропроводящие пластинки и оболочки в магнитном поле. М.: Физматлит. 1996. - 286 с.
5. *Багдасарян Г. Е.* Колебания и устойчивость магнитоупругих систем. Ереван. Тигран Мец. 1999. - 436 с
6. *Прочность. Устойчивость. Колебания.* Справочник в 3-х т. Т.3. / Под ред. И.А. Биргера и Я.Г. Пановко. М.: Машиностроение. 1968. 568 с.
7. *Вибрации в технике.* Справочник в 6-ти т. Т.1. Колебания линейных систем / Под ред. В.В. Болотина. М.: Машиностроение. 2-е изд. 1999. - 506 с.
8. *Корешкова Н.С., Хроматов В.Е.* О влиянии поперечного магнитного поля на спектры частот колебаний пологих оболочек // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2009. № 4. С. 165-171.
9. *Хроматов В. Е. Корешкова Н. С.* Спектры собственных частот колебаний круговых цилиндрических оболочек в продольном магнитном поле. Вестник МЭИ, 2008, №1. С. 71-75.
10. *Хроматов В.Е., Голубева Т.Н.* Колебания и устойчивость ферромагнитной цилиндрической оболочки в магнитном поле. Вестник Московского авиационного института. 2013.Т.20, №5. С. 212-219.
11. *Комиссарова Т. Н., Корешкова Н.С.* О влиянии тангенциальных сил инерции на распределение собственных частот колебаний пологих оболочек в магнитном поле // Материалы XIV международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А. Г. Горшкова. 18 – 22 февраля metricconverterProductID2008 г2008 г., с. Ярополец. М.: Изд-во МАИ. 2008. С.121-122.

Хроматов, Василий Ефимович – к.т.н., профессор кафедры динамики и прочности машин Московского энергетического института (НИУ)

E-mail: KhromatovVY@mpei.ru

Щугорев, Владимир Николаевич – к.т.н., доцент кафедры динамики и прочности машин Московского энергетического института (НИУ)

E-mail: shchugorev.VN@gmail.com